

تصحيح الفرض المنزلي 02
السنة أولى علوم رياضية
2008 – 2007

الطاقة الميكانيكية وطاقة الوضع الثقالية

التمرين الأول :

1 - لنبين أن $OG = l$ مركز قصور المجموعة :

$$\vec{OG} = \frac{m \cdot \vec{OG}_1 + M \cdot \vec{OG}_2}{m + M}$$

نطبق العلاقة المرجحيو :

بحيث أن G_1 و G_2 مركزي قصور القضيب والكرة .
إسقاط العلاقة على Ox لدينا :

$$OG = \frac{m \cdot \frac{l}{2} + M \cdot \left(l + \frac{l}{2} \right)}{m + M}$$

$$OG = \frac{m \cdot \frac{l}{2} + 2m \cdot \left(\frac{5l}{4} \right)}{3m} = \frac{6ml}{6m}$$

$$OG = l$$

2 - تعبير طاقة الوضع الثقالية للمجموعة { القضيب ، الكرة ، الأرض } :

$$E_{pp} = (m + M)gz + C$$

حيث C ثابتة نحددها انطلاقا من الحالة المرجعية وهي : $E_{pp} = 0$ عند $z_G = -l$ (عندما توجد المجموعة عند التوازن المستقر)

$$E_{pp} = (m + M)gz + C \Rightarrow 0 = -(m + M)gl + C$$

$$C = (m + M)gl$$

وبالتالي فإن طاقة الوضع الثقالية هي :

$$E_{pp} = (m + M)gz + (m + M)gl$$

$$z = l \cos \theta$$

$$E_{pp} = (m + M)gl (1 + \cos \theta)$$

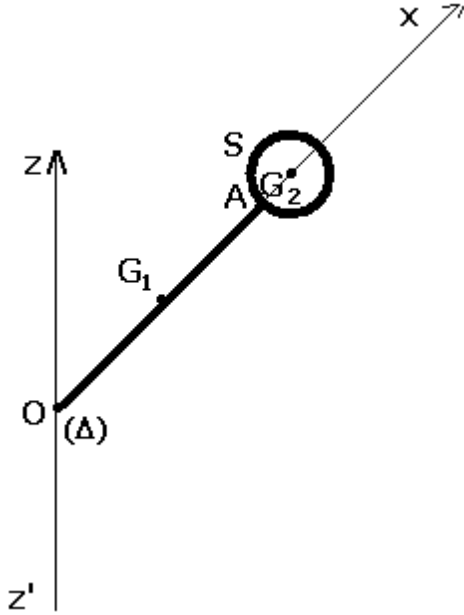
3 - 1 لنبين أن حركة المجموعة تتم بالاحتكاك حول المحور Δ :

نحسب تغير لطاقة لميكانيكية بين لحظة انطلاق المجموعة ولحظة مرورها من موضع توازنها لمستقر :

$$\Delta E_m = \Delta E_C + \Delta E_{pp}$$

حسب المعطيات أن المجموعة انطلقت بدون سرعة بدئية $\omega_G = 0$ وإنها خلال مرورها من موضع توازنها

$$\omega_G = \frac{v_G}{l} = 8 \text{ rad/s} \text{ أي أن } v_G = l\omega_G$$



$$\Delta E_m = \frac{1}{2} J_{\Delta} \omega_G^2 + (0 - E_{pp}(0))$$

$$E_{pp}(0) = 3mg\ell(1 + \cos \theta)$$

$$\Delta E_m = \frac{1}{2} J_{\Delta} \omega_G^2 + 3mg\ell(1 + \cos \theta_0)$$

$$\Delta E_m = 4,80 - 5,12 = -0,320J \quad \text{تطبيق عددي :}$$

3 - 2 مما يبين أن الطاقة الميكانيكية لا تتحفظ خلال هذه حركة وبالتالي فإن حركة المجموعة تتم بالاحتكاك . نستنتج عزم مزدوجة الاحتكاك :

نعلم أن $\Delta E_m = W(\vec{f}_1, \vec{f}_2)$ بحيث ن $W(\vec{f}_1, \vec{f}_2)$ شغل مزدوجة الاحتكاك . $W(\vec{f}_1, \vec{f}_2) = M_f \cdot \Delta\theta$ وبالتالي :

$$\Delta E_m = M_f \cdot \Delta\theta \Rightarrow M_f = \frac{\Delta E_m}{\Delta\theta}$$

$$\Delta\theta = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$$

$$M_f = -0,134N.m$$

4 - عند انعدام السرعة لأول مرة تأخذ المجموعة موضع يكون زاوية θ_ℓ مع الخط الرأسي ، لحساب θ_ℓ نحسب تغير الطاقة الميكانيكية بين لحظة انطلاق المجموعة (بدون سرعة بدئية) ولحظة وصولها إلى أعلى نقطة بحيث تكون زاوية θ_ℓ مع لخط الرأسي وتكون كذلك سرعتها منعدمة (تتوقف المجموعة) الطاقة الميكانيكية البدئية :

$$E_m(0) = E_C(0) + E_{pp}(0)$$

$$E_m(0) = 0 + 3mg\ell(1 + \cos \theta_0)$$

الطاقة الميكانيكية النهائية :

$$E_m(f) = E_C(f) + E_{pp}(f)$$

$$E_m(f) = 0 + 3mgz + 3mg\ell$$

$$z = -\ell \cos \theta_\ell$$

$$E_m(f) = 3mg\ell(1 - \cos \theta_\ell)$$

أي أن تغير الطاقة لميكانيكية هو كالتالي :

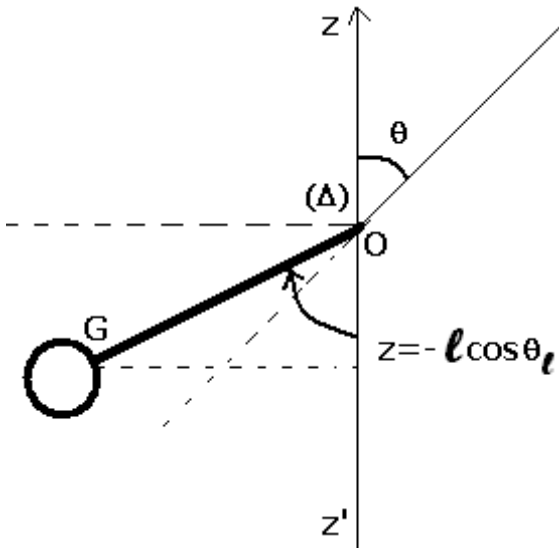
$$\Delta E_m = E_m(f) - E_m(0)$$

$$\Delta E_m = 3mg\ell(1 - \cos \theta_\ell) - 3mg\ell(1 + \cos \theta_0)$$

$$\Delta E_m = -3mg\ell(\cos \theta_\ell + \cos \theta_0)$$

$$\cos \theta_\ell = -\frac{\Delta E_m}{3mg\ell} - \cos \theta_0$$

$$\theta_\ell = 127^\circ$$



4 - 2 الطاقة الحرارية المحررة من طرف المجموعة :

$$\Delta E_m = W(\vec{f}_1, \vec{f}_2) \text{ بما أن مزدوجة الاحتكاك تبقى ثابتة خلال حركتها فإن}$$

$$Q = -\Delta E_m = 0,32J \text{ أي أن } \Delta E_m = -Q \text{ الطاقة المحررة من طرف المجموعة خلال الحركة أي أن}$$

التمرين الثاني :

1 - أ الطاقة الحركية عد تخلص المركبة من جهازي الدفع :

$$E_C = \frac{1}{2} \Delta m \cdot v^2 = 6048MJ$$

ب - طاقة الوضع الثقالية للمركبة .

$$E_{pp} = \Delta m \cdot g \cdot h = 123480MJ \text{ : طاقة الوضع منعدمة}$$

ج - الطاقة الميكانيكية للمركبة :

$$E_m = E_C + E_{pp} = \frac{1}{2} \Delta m \cdot v^2 + \Delta m \cdot g \cdot h$$

$$E_m = 129528MJ$$

2 - باعتبار قوة الدفع ثابتة خلال المرحلة الأولى لنحسب شغل هذه القوة :

$$W(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overline{AB} = F \cdot h \text{ بحيث أن } \overline{AB} \text{ متجهة الانتقال المركبة في المرحلة الأولى .}$$

$$W(\vec{F}) = F \cdot h = 681600MJ$$

ب - يلاحظ أن شغل قوة الدفع أكبر من تغير الطاقة الميكانيكية لفرق الحاصل بين هاتين القيمتين هو ناتج عن أن المركبة تتوفر على طاقة على شكل شغل لقوة الدفع لكي تتمكن من اختراق الغلاف الجوي

التمرين 3

1 - معادلة التفاعل بين أيونات الكالسيوم وأيونات الفوسفات : $3 Ca^{2+} + 2 PO_4^{3-} \rightarrow Ca_3(PO_4)_2$

2 - المعادلة الكيميائية لذويان كلورور الكالسيوم في الماء : $CaCl_2 (s) \rightarrow Ca^{2+} (aq) + 2 Cl^- (aq)$

تركيز الأيونات Ca^{2+} بما أن التفاعل تام

$$[Ca^{2+}] = C_1 = 0,05mol / l$$

كمية مادة أيونات Ca^{2+} :

$$n(Ca^{2+}) = C_1 \cdot V_1 = 0,05 \cdot 30 \cdot 10^{-3} mol = 1,5mmol$$

كمية مادة أيونات Cl^-

حسب المعادلة الكيميائية للتفاعل وأن التفاعل تام $[Cl^-] = 2[Ca^{2+}]$ وبالتالي :

$$[Cl^-] = 0,1mol / l$$

وكمية مادة أيونات Cl^-

$$n(Cl^-) = 2n(Ca^{2+}) = 3mmol$$

3 - المعادلة الكيميائية لذويان فوسفات الصوديوم في الماء : $Na_3PO_4 (s) \rightarrow 3 Na^+ (aq) + PO_4^{3-} (aq)$

حسب معادلة التفاعل لدينا : $[Na^+] = 3[PO_4^{3-}]$

وأن التركيز أيونات PO_4^{3-}

$$[PO_4^{3-}] = C_2 = 0,01mol / l \text{ و تركيز الأيونات } Na^+ \text{ هو :}$$

$$[Na^+] = 3.0,01 = 0,03 \text{ mol} / \ell$$

كمية مادة أيونات الفوسفات PO_4^{3-} :

$$n(PO_4^{3-}) = C_2 V_2 = 0,01.20.10^{-3} \text{ mol} = 0,20 \text{ mmol}$$

وكمية مادة أيونات الصوديوم هي :

$$n(Na^+) = 3.0,2 \text{ mmol} = 0,6 \text{ mmol}$$

5 - الجدول الوصفي للتفاعل :

	تقدم التفاعل	$3 Ca^{2+}$	$+ 2 PO_4^{3-}$	$\rightarrow Ca_3(PO_4)_2$
حالة بدئية	0	1,5 mmol	0,2 mmol	0
خلال التحول	x	1,5-3 x	0,2 -2 x	x
الحالة النهائية	$x_{max}=0,1 \text{ mmol}$	1,5-0,3 = 1,2 mmol	0	0,1 mmol

تحديد المتفاعل المحد : عند نهاية التفاعل سيكون على الأقل اختفاء متفاعل :

نفترض أن أيونات Ca^{2+} المتفاعل المحد : $1,5 - 3 x_{max} = 0 \Rightarrow x_{max} = 0,5 \text{ mmol}$

نفترض أن PO_4^{3-} المتفاعل المحد : $0,2 - 2 x_{max} = 0 \Rightarrow x_{max} = 0,1 \text{ mmol}$

إذن المتفاعل المحد هو : PO_4^{3-}

6 - حصة المادة أنظر الجدول الوصفي للتفاعل .
كتلة فوسفات الكالسيوم :

$$n(Ca_3(PO_4)_2) = \frac{m}{M} \Rightarrow m = M.n(Ca_3(PO_4)_2)$$

$$m = 310.0,1.10^{-3} = 31 \text{ mg}$$

التراكيز المولية الفعلية الموجودة في المحلول :

$$[Cl^-] = \frac{n(Cl^-)}{V} = \frac{3.10^{-3}}{0,05} = 0,06 \text{ mol} / \ell$$

$$[Na^+] = \frac{n(Na^+)}{V} = \frac{6.10^{-4}}{0,05} = 0,012 \text{ mol} / \ell$$

$$[Ca^{2+}] = \frac{n(Ca^{2+})}{V} = \frac{1,2.10^{-3}}{0,05} = 0,024 \text{ mol} / \ell$$

ويبقى المحلول محايدا كهربائيا :

نذكر أن المحلول محايد كهربائيا أي أن كمية الشحنات الموجبة المحمولة من طرف الكاتيونات تساوي كميات الشحنات السالبة المحمولة من طرف الأنيونات أي أن معادلة الحياد الكهربائي للمحلول هي :

$$2[Ca^{2+}] + [Na^+] = [Cl^-]$$

7 - الكتلة اللازمة لتحضير 30ml من محلول S_1 هي :

30ml من المحلول S_1 تحتوي على 1,5mmol من كلورور الكالسيوم .

$$n = \frac{m(CaCl_2)}{M(CaCl_2)} \Rightarrow m(CaCl_2) = n.M(CaCl_2) = 0,166 \text{ g}$$